



Bayesiaans Delen van Informatie tussen Groepen

Eric-Jan Wagenmakers



De Experts



Koen
Derks



Ruud
Wetzels



Jacques
de Swart



Kies je Hotel

- “Hotel Belle”: gem. rating = 8.2, n = 553
- “Hotel Bliss”: gem. rating = 8.0, n = 440
- “Hotel Elite”: gem. rating = 8.0, n = 440
- “Hotel Relax”: gem. rating = 8.5, n = 8



Wie is Docent van het Jaar?

- Marie: 2/4 (50%)
- Johnny: 50/400 (12.5%)
- Dylan: 7/45 (15.6%)
- Dora: 10/30 (33.3%)

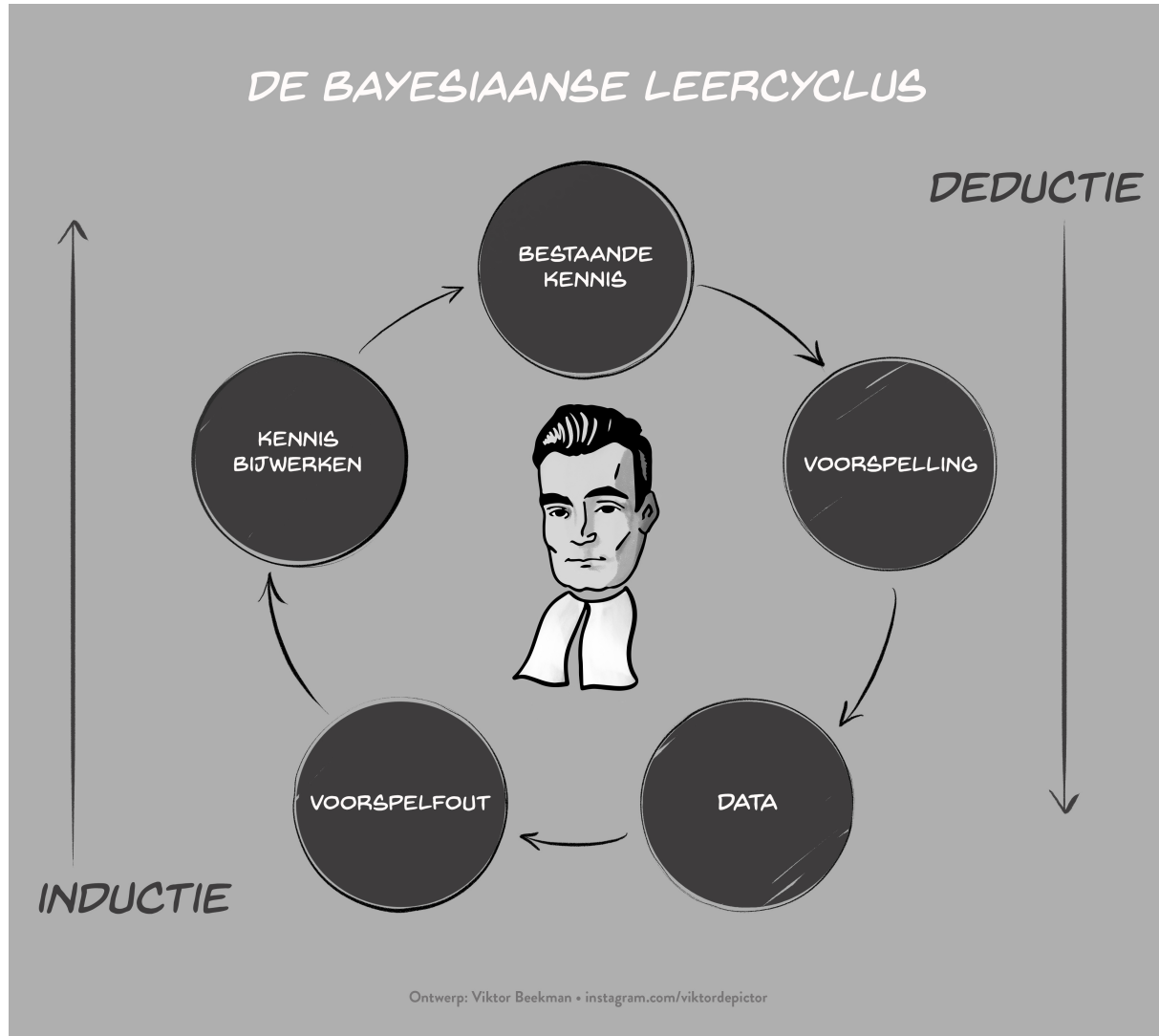


“Gezond verstand uitgedrukt in getallen”

- Je specificeert je achtergrondkennis;
- Je verzamelt data;
- Je past je kennis aan.



- Pierre-Simon Laplace
(1749-1827)





Limperg Instituut

Bayesiaans Denken voor Peuters



Eric-Jan Wagenmakers
Illustraties door Viktor Beekman



Limpert Instituut

Voorbeeld-analyse uit JASP, Deel I



DOWNLOAD | FEATURES | SUPPORT | TEACHING | BLOG | DONATE

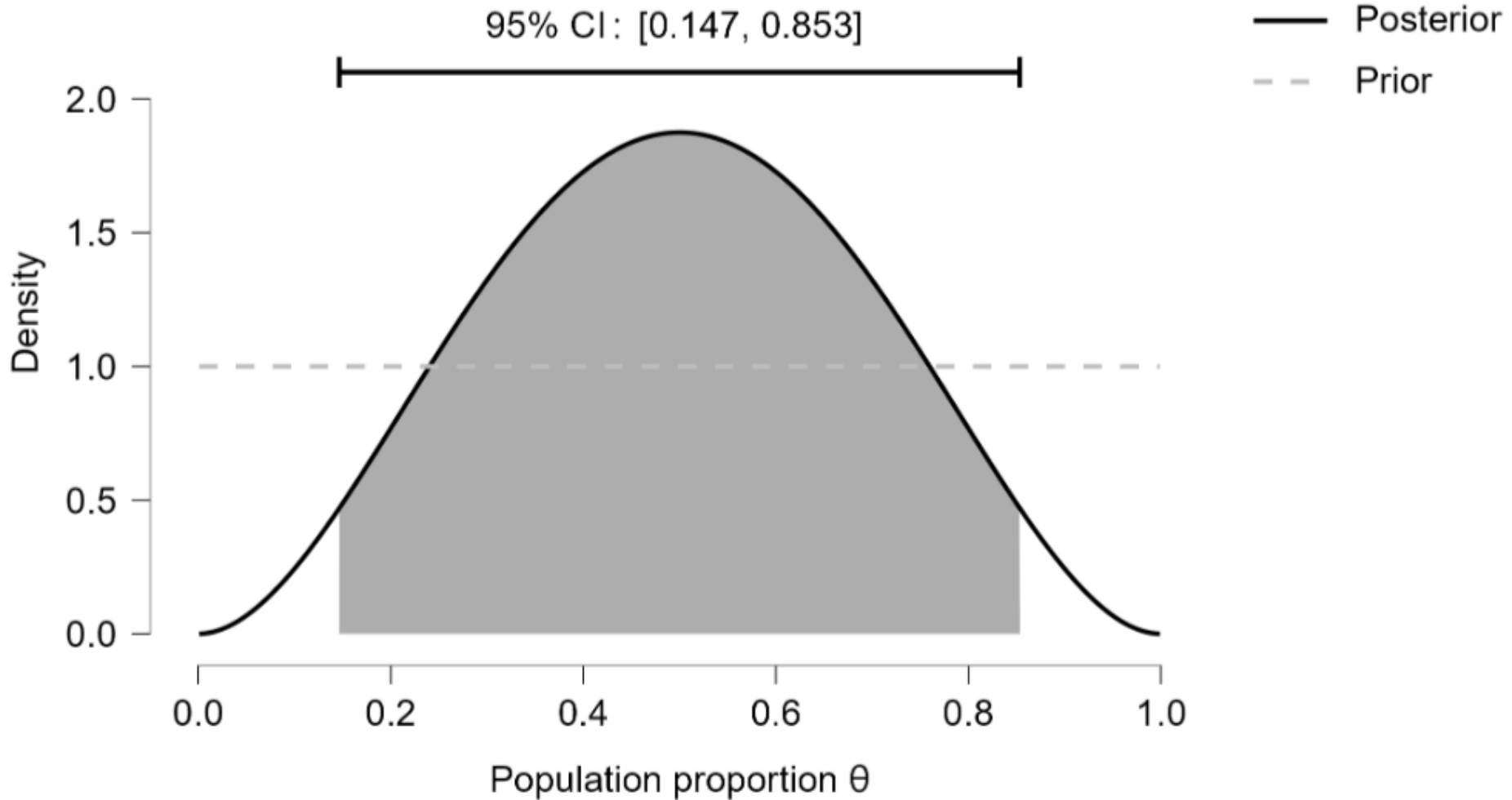
A Fresh Way to Do Statistics

 Download JASP





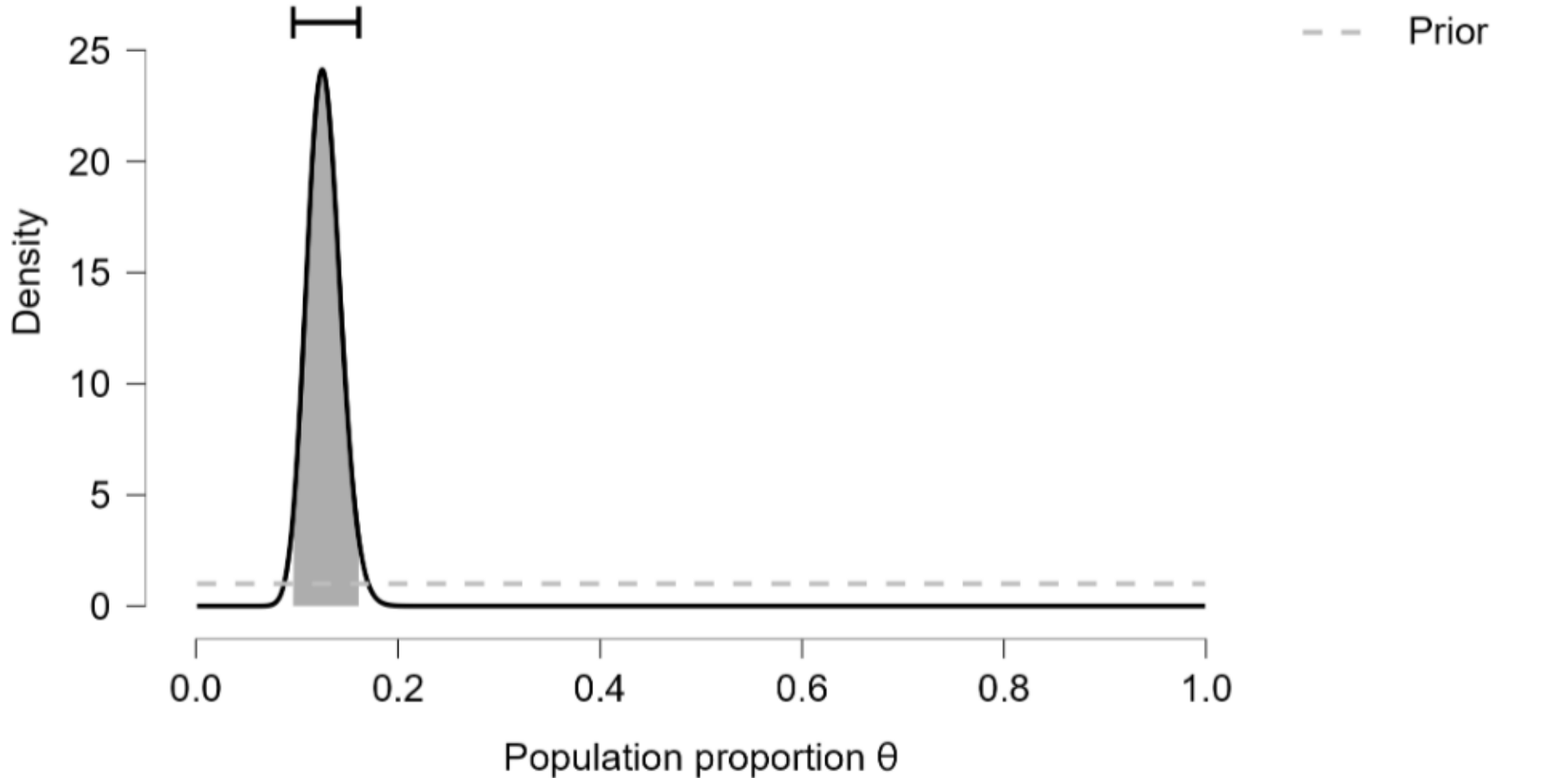
Marie: 2/4





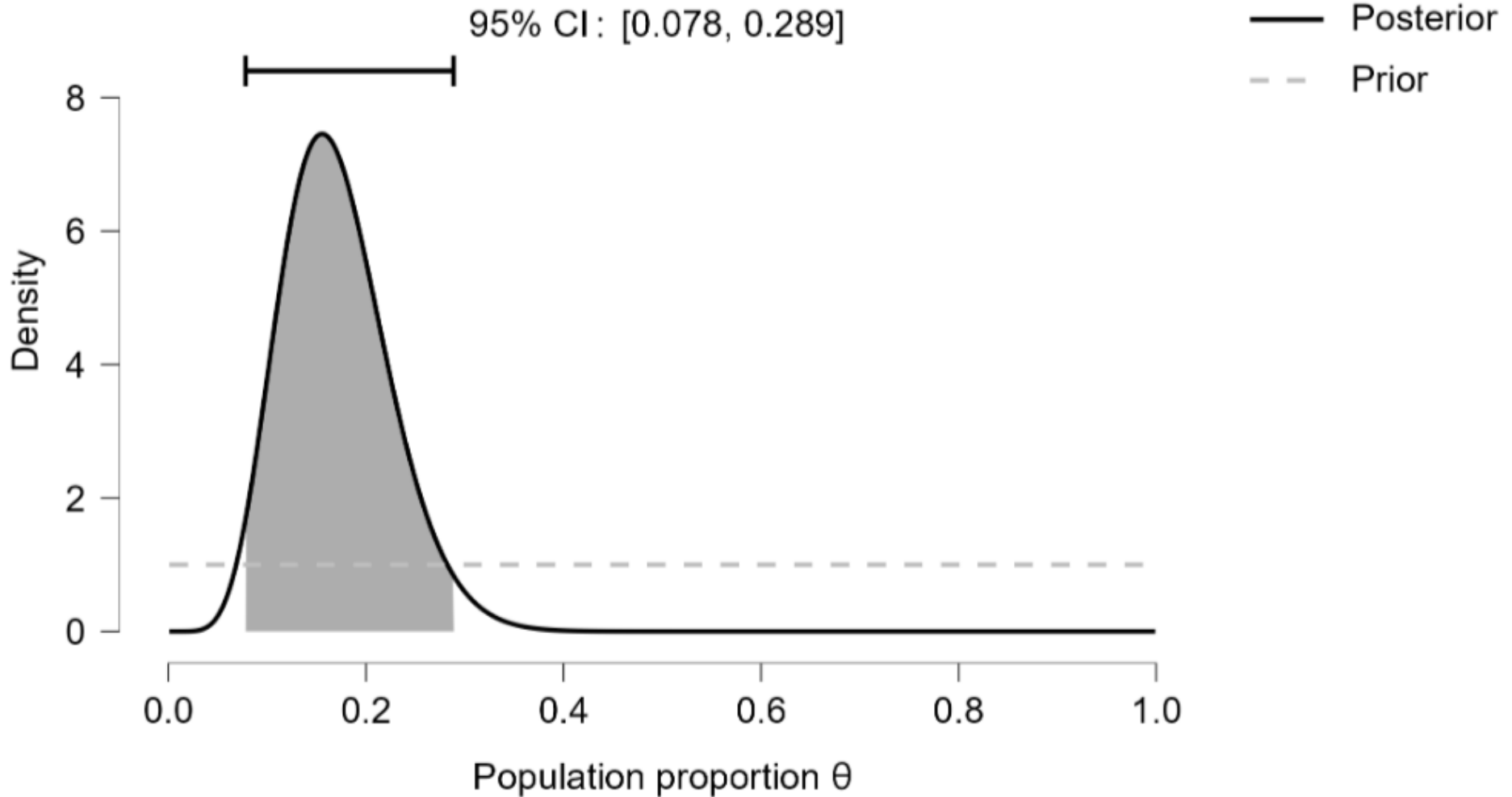
Johnny: 50/400

95% CI: [0.096, 0.161]



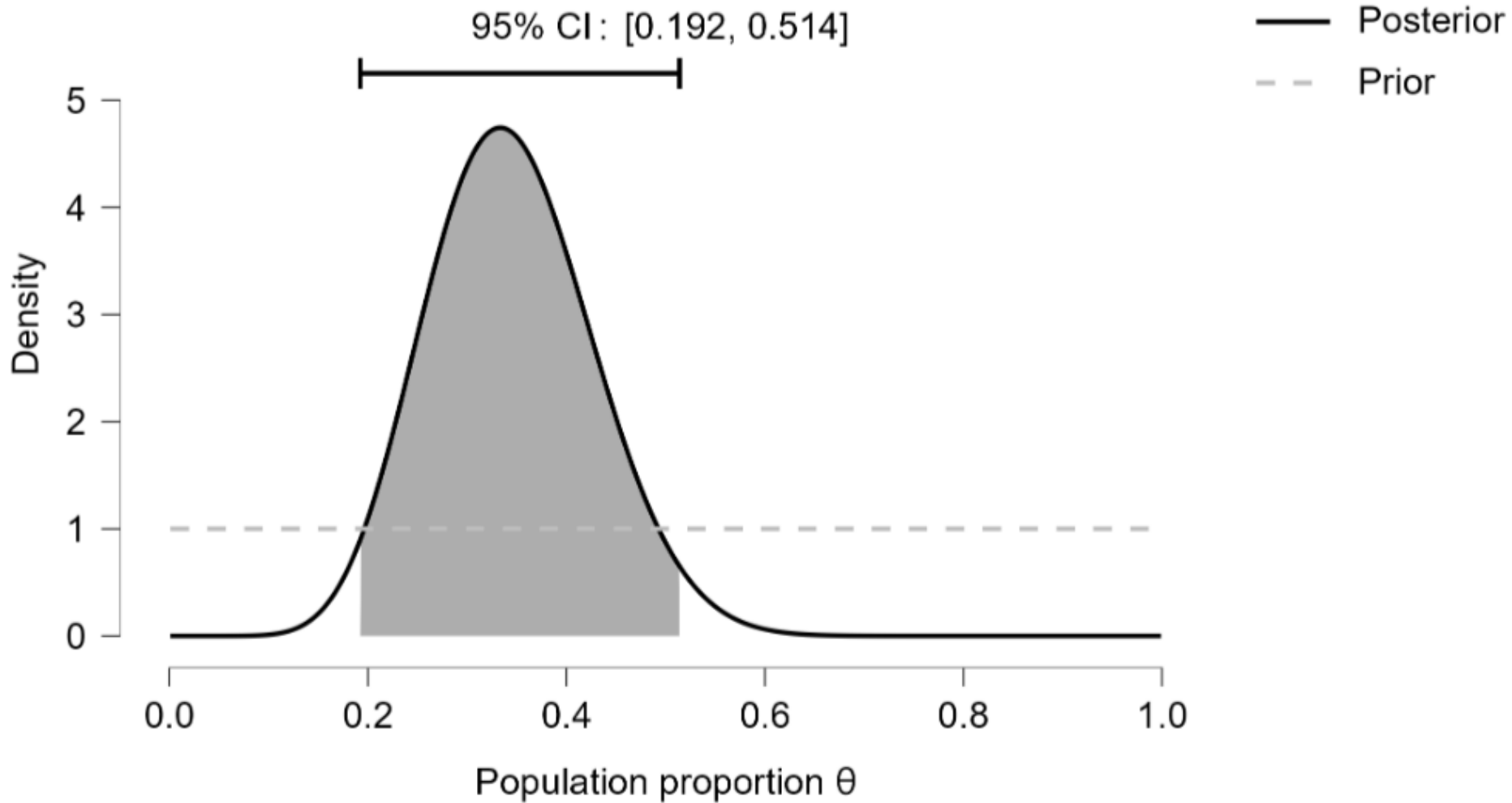


Dylan: 7/45





Dora: 10/30





Problemen

- Is de uniforme prior verdeling een verantwoorde keuze?
- Belangrijker: moeten de docenten apart geanalyseerd worden?



Delen van Informatie?

- Twee “gemakkelijke” modellen:
 - “Alles-op-een-hoop model”
 - “Ieder-apart model”
- Maar er is een compromis, een soort LAT-model: de docenten lijken op elkaar. De mate van gelijkenis wordt geschat in het model.



Hiërarchisch Model

- Gelijkenis heel groot: resultaten lijken op “alles-op-een-hoop” model.
- Gelijkenis heel laag: resultaten lijken op “ieder-apart” model.



Hierarchisch Model

- Naarmate docenten meer op elkaar lijken vindt er “shrinkage” plaats: de schattingen bewegen naar het groepsgemiddelde.
- Deze tendens is het sterkst wanneer
 - De individuele schatter gebaseerd is op weinig data;
 - De individuele schatter een uitbijter is.



Limperg Instituut

Voorbeeld-analyse uit JASP, Deel II



DOWNLOAD | FEATURES | SUPPORT | TEACHING | BLOG | DONATE

A Fresh Way to Do Statistics

 Download JASP



0.16.2
New Release
Apple Silicon,
Improved
Performance,
& More





Hierarchisch Model

- Individuele schattingen worden geregeerd door een groepsverdeling.
- De standaarddeviatie van de groepsverdeling kwantificeert de mate van heterogeniteit.



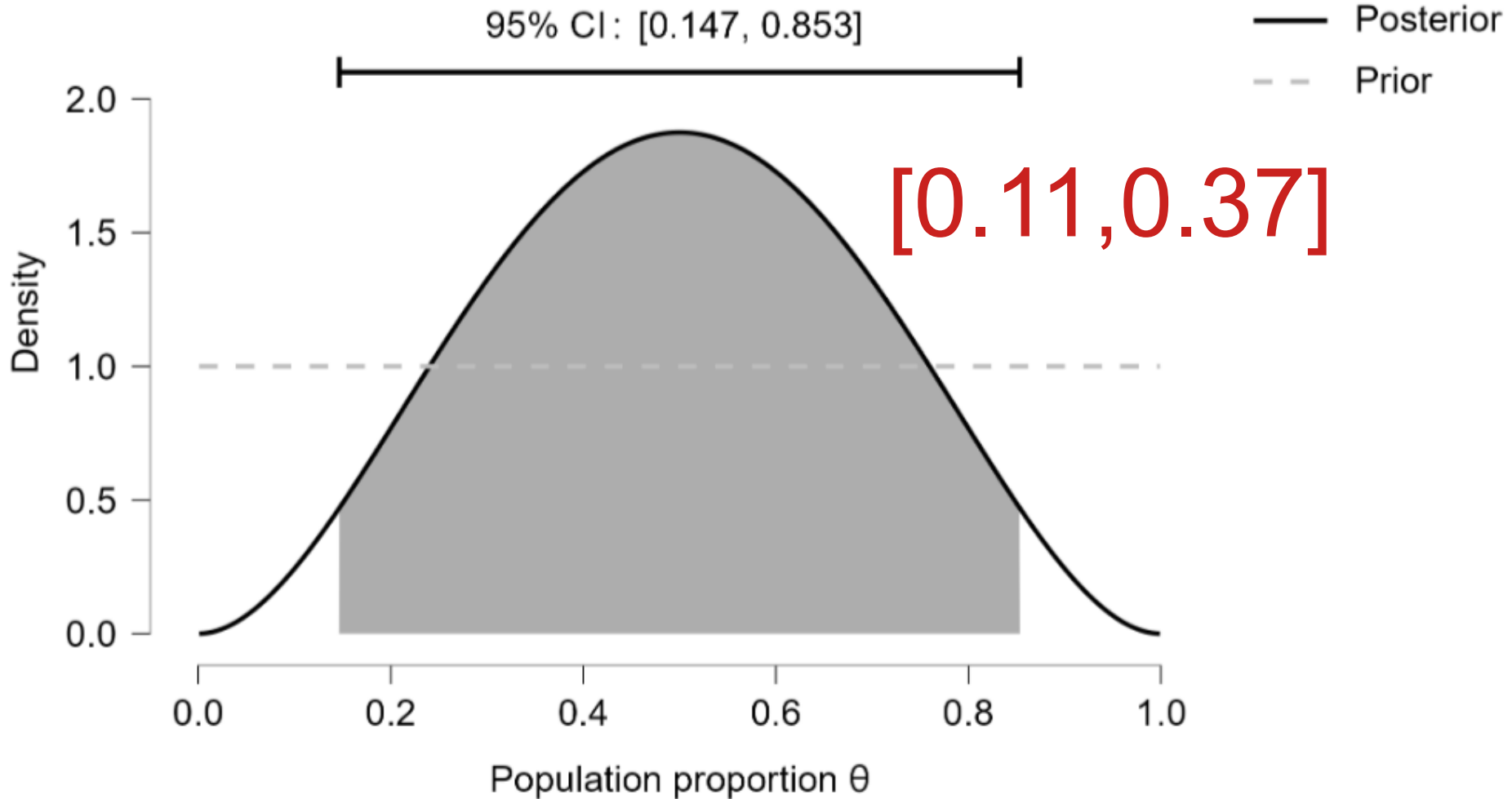
Uitkomsten

MCMC Summary

Parameter	Posterior			95% Credible Interval	
	Mean	Median	SD	Lower	Upper
theta[1]	0.1872	0.1712	0.0698	0.1072	0.3687
theta[2]	0.1371	0.1368	0.0169	0.1049	0.1702
theta[3]	0.1629	0.1597	0.0359	0.1023	0.2446
theta[4]	0.1999	0.1841	0.0612	0.1248	0.3674



Marie: 2/4

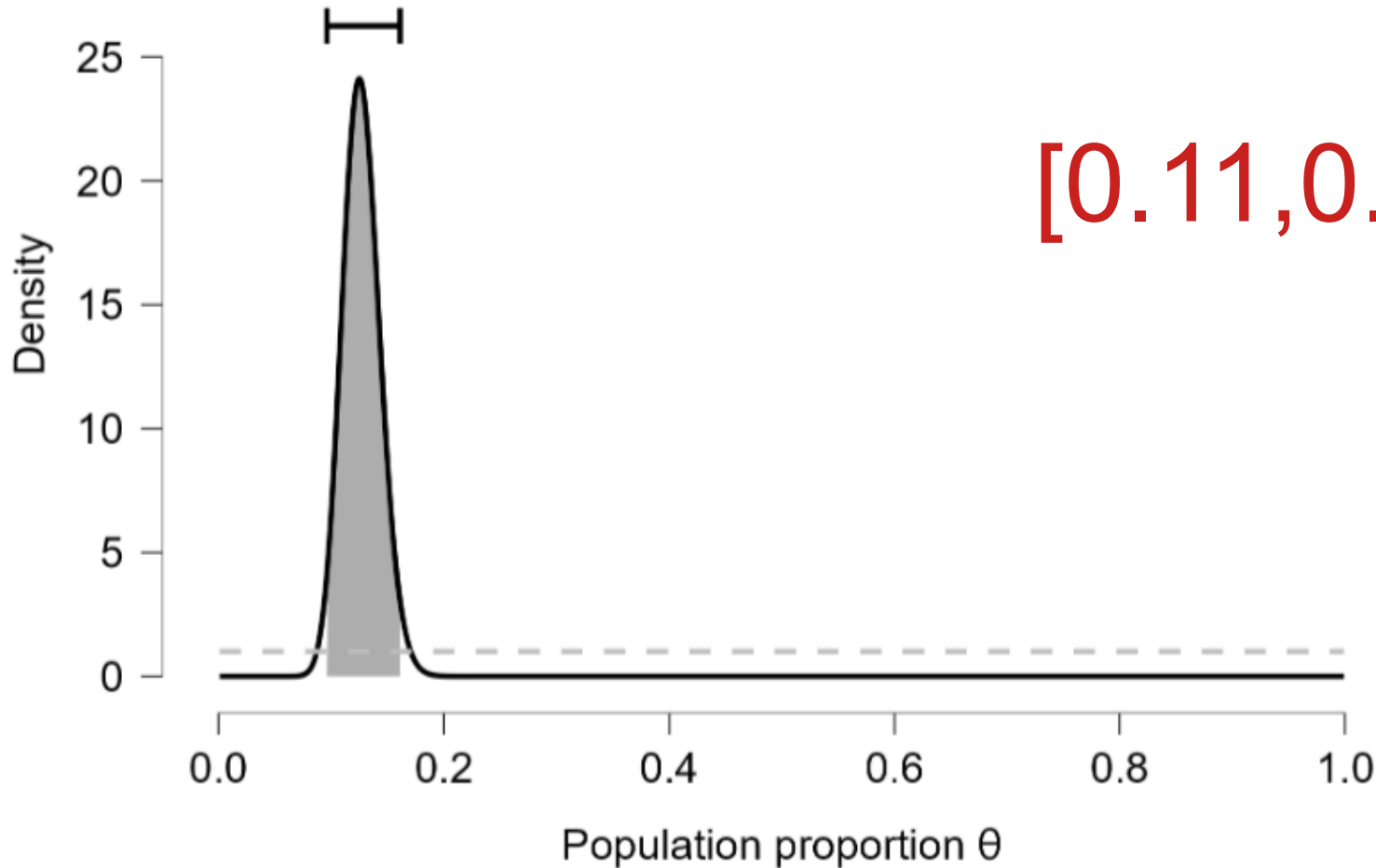




Johnny: 50/400

95% CI: [0.096, 0.161]

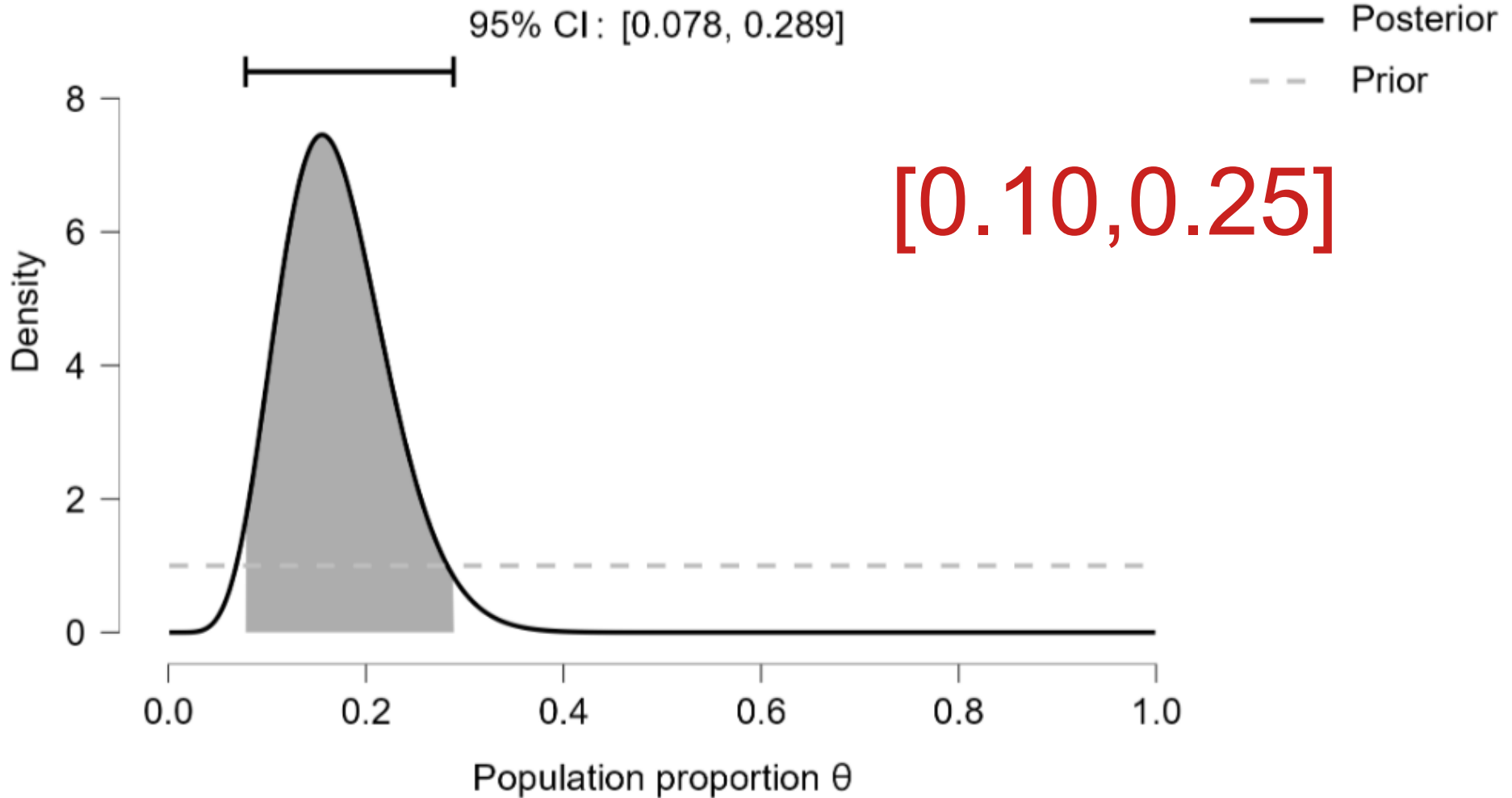
— Posterior
- - Prior



[0.11, 0.17]

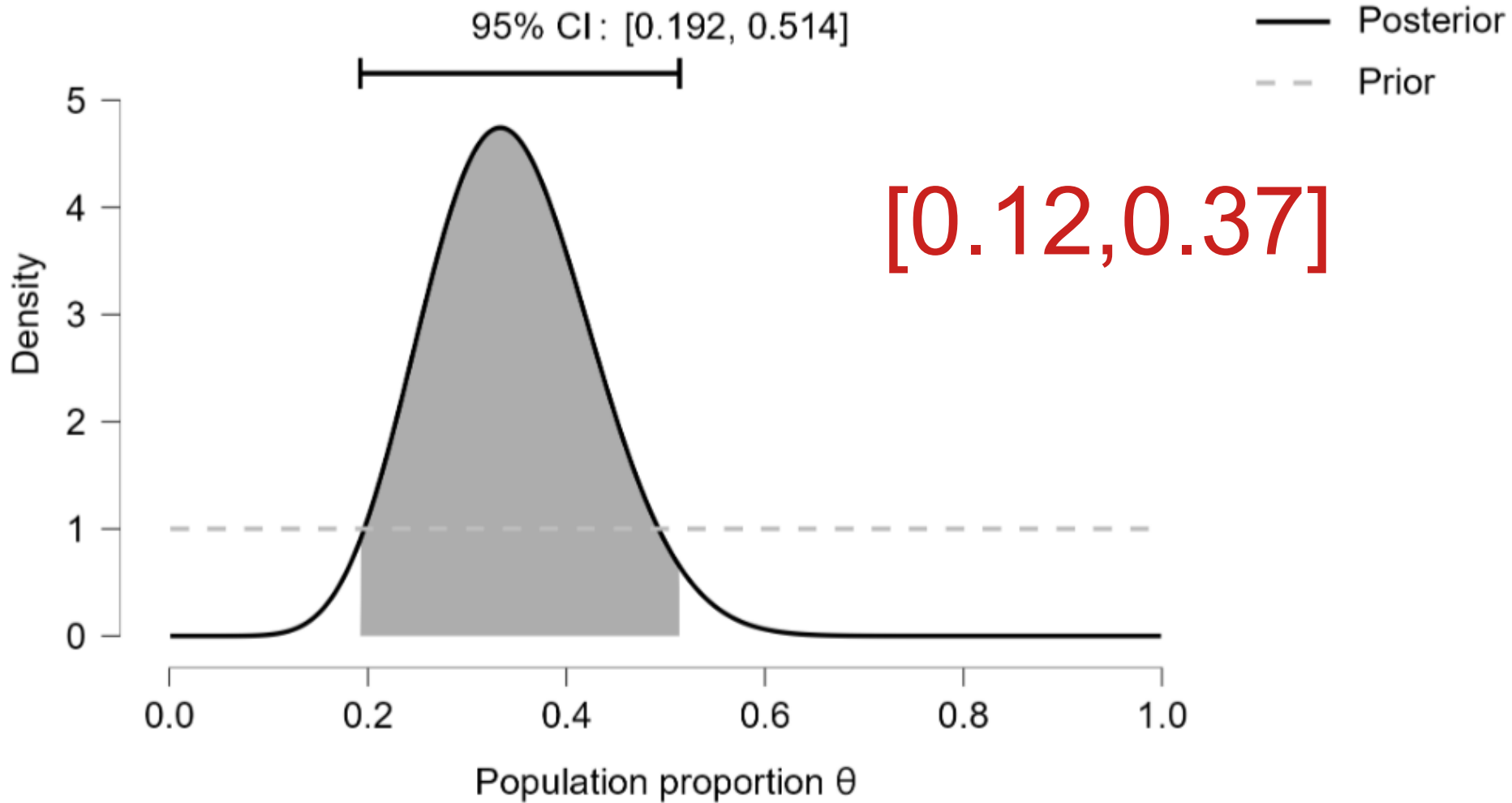


Dylan: 7/45





Dora: 10/30





Wie is de Winnaar?

MCMC Summary

Parameter	Posterior			95% Credible Interval	
	Mean	Median	SD	Lower	Upper
winner[1]	0.2893				
winner[2]	0.0247				
winner[3]	0.1460				
winner[4]	0.5400				



Uitdagingen

- Welk model te kiezen?
- De “subjecten” willen dit misschien niet
- Is dit “eerlijk”?
- Hoe zit het met die prior?



Beloften

- Stel je hebt K homogene strata
- Je gebruikt een hiërarchisch model om efficiëntie te verhogen
- Kan het nog efficiënter? Ja: je wilt zo steekproeven trekken dat de verwachte winst in informatie zo groot mogelijk is.



Literatuur

- Efron, B., & Morris, C. (1977). Stein's paradox in statistics. *Scientific American*, 236, 119-127.
- Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2014). *Bayesian Data Analysis* (3rd ed.). Boca Raton (FL): Chapman & Hall/CRC.



The End!





Enter JAGS model below

```
model{
  for (i in 1:p)
  {
    k[i]      ~ dbin(theta[i],n[i])
    theta[i] ~ dbeta(alpha,beta)
  }
  # Transformation to Group Mean and Precision
  # mu = alpha/(alpha+beta) and lambda = alpha+beta, so:
  alpha ← lambda * mu
  beta  ← lambda * (1-mu)
  # Uninformative Priors on Group Level Parameters
  mu ~ dbeta(1,1)
  lambda ~ dunif(4,800) |
  # Create ranks and assess the winner
  ranks ← rank(-theta)
  winner ← step(rank(theta)-p)
}
```